

保険数学と確率論

重川 一郎 (京都産業大学)

2019年6月22日

OLIS 保険フォーラム

Contents

- 1 京都大学での保険数学
- 2 アクチュアリーサイエンス部門
- 3 グローバル COE プログラム
- 4 Poisson 過程
- 5 請求総額過程

京都大学での保険数学

- 1998年度から、京都大学理学部と日本アクチュアリー会との連携により、保険数学の教育がスタート.
- アクチュアリーサイエンス部門 HP から
京都大学理学研究科では、1994年度からの大学院重点化により大学院の定員が倍増した状況をふまえ、従来からの数学者養成だけでなく、在学生に専門的な知識を与えて実社会に送り出すことも重要な役割であるとの認識の下、1998年度から日本アクチュアリー会と連携して保険数学教育の取り組みを開始した.

京都大学大学院理学研究科における 連携・協力に関する協定書（案）

京都大学大学院理学研究科（以下「研究科」という。）と社団法人日本アクチュアリー会（以下「アクチュアリー会」という。）は、連携・協力して研究科における教育研究を行うにあたり、次のとおり協定を締結する。

（目的）

1. この協定は、理学の広い分野にわたって教育研究を行う研究科と保険数学の教育研究と保険・年金事業の発展に資するアクチュアリー会が相互の立場を尊重し、連携・協力して、幅広い知識と高度な技術を兼ね備えた保険数学の専門家及び研究者の育成を行うとともに、相互の教育研究機能の充実を図ることを目的とする。

（連携・協力講座）

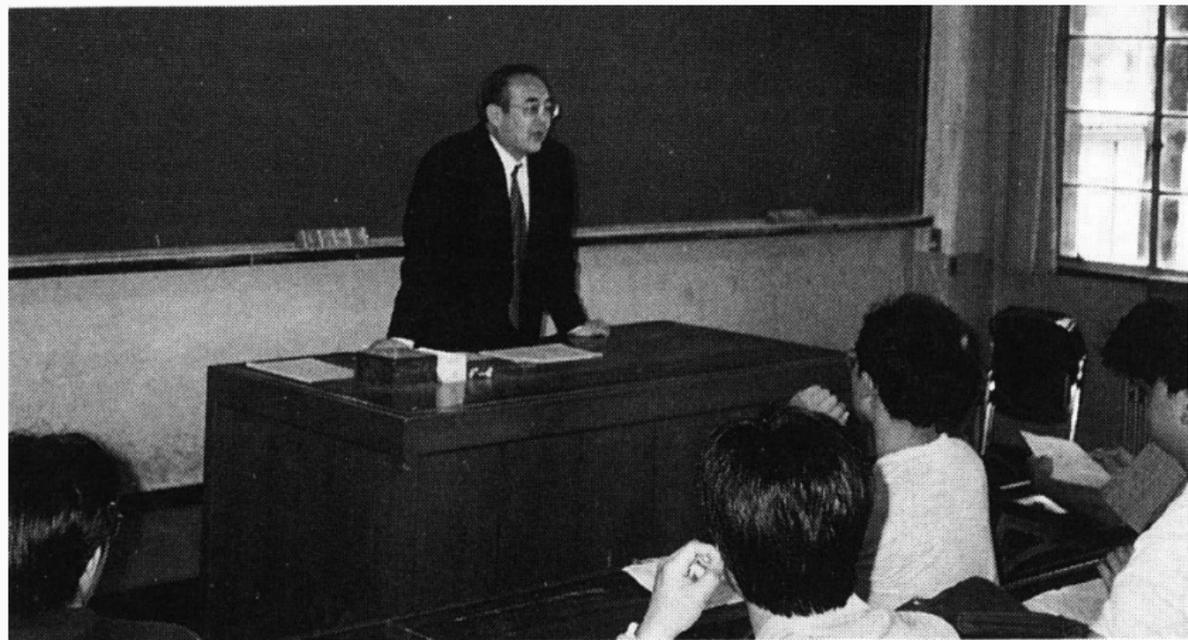
2. 研究科とアクチュアリー会が連携・協力する講座は、研究科の数学・数理解析専攻連携講座とする。

（教員）

初期のメンバー

年度	客員教員		
1998	湯浅	宇野	谷本
1999	湯浅	宇野	谷本
2000	湯浅	宇野	谷本
2001	湯浅	宇野	山本
2002	湯浅	宇野	山本
2003	湯浅	辻	山本
2004	湯浅	辻	南
2005	湯浅	辻	南

年度	客員教員		
2006	大嶋	辻	南
2007	大嶋	松村	南
2008	大嶋	松村	南
2009	大嶋	松村	南
2010	大嶋	鈴木	南



保険数学の説明会



アクチュアリーサイエンス部門

アクチュアリーサイエンス部門

2010年10月 **アクチュアリーサイエンス部門**創設

年度	客員教員				
2011	大嶋	松村	南	浅野	中山
2012	大嶋	松村	南	浅野	中山
2013	大嶋	杉本	南	浅野	中山
2014	鈴木	杉本	南	浅野	中山
2015	大嶋	杉本	南	浅野	中山
2016	大嶋	佐内	南	浅野	中山
2017	大嶋	佐内	南	浅野	中山
2018	鈴木	佐内	南	浅野	中山
2019	鈴木	徳田	南	浅野	恒川

2011年5月 **アクチュアリーサイエンス客員講座**設置

2012年 「年金制度設計論」開講

年度	講師		
2012	上原	片寄	豊留
2013	上原	片寄	豊留
2014	上原	片寄	豊留
2015	上原	片寄	豊留
2016	上原	片寄	豊留
2017	上原	片寄	豊留
2018	齋藤	片寄	豊留
2019	齋藤	片寄	豊留

研究科横断型教育プログラムとして、全学に提供

- 2007年より各大学の数理ファイナンス関係の専門家を招聘し、**集中講義**で数理ファイナンスの講義を行う。
- 2012年「**数理ファイナンス**」開講
集中講義と隔年開講

年度	講師	形態
2007	楠岡 (東大)	集中
2008	長井 (東大)	集中
2009	高岡 (一ツ橋)	集中
2010	Kohatsu Higa(阪大)	集中
2011	藤田 (中央)	集中
2012	重川	講義
2013	関根 (阪大)	集中
2014	重川	講義
2015	清水 (早稲田)	集中
2016	重川	講義
2017	深澤 (阪大)	集中
2018	重川	講義

- 2016年10月16日 朝日新聞の（ひらけ！進路・新路・針路）で取り上げられる。

リスクを計算する 数学生かし将来予測

生命保険や損害保険の保険料は、性別や年齢などによって違っています。この保険料は、どんなふうに決まっているか知っていますか？ 確率論や統計学などを使って、将来のリスクを見極める専門家が注目を集めています。

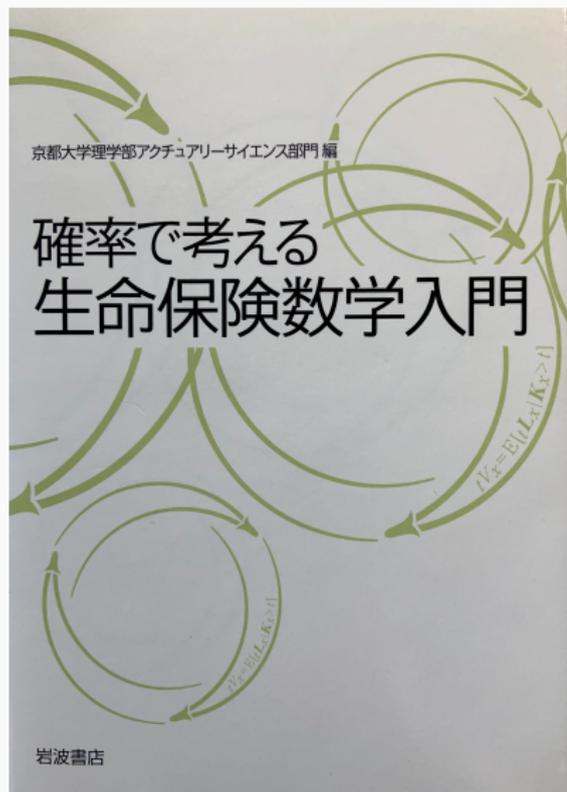


保険数学セミナー

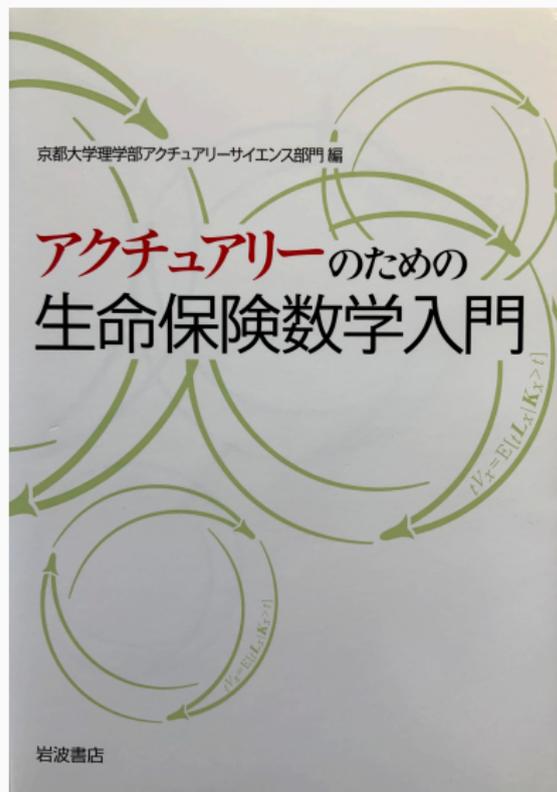
アクチュアリーを紹介

- 受験資格は大卒以上か、所定の要件を満たし試験委員会が大卒相当の学力を持つと判断した人。
- **1次試験**は確率・統計や保険数学などに関する**5科目の基礎科目**
- **2次試験**は「**生保コース**」「**損保コース**」「**年金コース**」から選択した**1コース2科目**の計7科目に合格する必要がある。
- 全科目合格までには最低でも2年かかる。企業でアクチュアリー業務に携わりながら勉強し、8年ほどで資格を取得することが多い。
- 会員数は約**5千人**。

教科書の作成



2012年版



2014年版

2017年2月「理工系人材育成に関する産学官円卓会議人材需給ワーキンググループ」で京都大学の事例が紹介された。

例：公益社団法人 日本アクチュアリー会

- 要請に応じて4大学に日本アクチュアリー会からアクチュアリーの講師を派遣し、保険数理や年金数理などの専門教育を提供している。

	担当科目	派遣講師 (平成28年度)	派遣開始	備考
京都大学	保険数学 【講義・演習】	5人 (客員教授/ 准教授)	平成10年度～	<ul style="list-style-type: none"> 「保険数学」：通期、「年金制度設計論」：後期 講義・演習は、主に理学系の学部生・大学院生が受講（「年金制度設計論」は研究科横断型教育プログラムの科目（文理横断型）） 平成22年10月、アクチュアリーサイエンス部門を設立
	保険数学ゼミ 【修士ゼミ】		平成11年度～	
	年金制度設計論 【講義】	3人	平成24年度～	
大阪大学	保険数学 【講義】 ※「リスク理論」等についてもアクチュアリーが担当	3人	平成11年度～	<ul style="list-style-type: none"> 前期 主に理学・基礎工学・情報学系の学部生・大学院生が受講 数理データ科学教育研究センターの金融・保険部門の科目（インシュアランスコースの必修科目）
神戸大学	保険数理 【講義】	1人	平成19年度～	<ul style="list-style-type: none"> 前期 主に理学研究科の大学院生が受講
東京大学	社会数理先端科学 「アクチュアリーの役割」 【講義】	1人	平成21年度～	<ul style="list-style-type: none"> 対象は大学院生 数物フロンティア・リーディング大学院の科目にも指定

＜京都大学における取組み＞

- 専門的な知識を与えてから実社会に送り出すことも重要な役割であるとの認識の下、平成10年度から日本アクチュアリー会と連携して保険数学教育の取組みを開始。
- 平成22年10月、理学研究科内にアクチュアリーサイエンス部門を設立し、一層の教育内容の充実を進めている。
- 日本アクチュアリー会から派遣された教員が中心となり、実務家の視点を交えながら、将来アクチュアリーとして必要になる専門的な知識・技能の習得を目的として、以下の活動を実施。

講義・演習 【対象：主に理学系の学部生・大学院生】		保険数学ゼミ 【対象：保険数学専攻の修士課程学生】
<ul style="list-style-type: none"> アクチュアリーサイエンス部門では下記科目を開講（「年金制度設計論」は研究科横断型教育プログラムの科目） 日本アクチュアリー会から派遣された教員は、理論と実践の両方の視点から「保険数学」「年金制度設計論」を担当 		<ul style="list-style-type: none"> 保険数学に関連する様々なテーマについてゼミを開講（保険数学専攻以外の学生も聴講生として参加可能） 日本アクチュアリー会から派遣された教員が、客員教授／准教授として、実務家の視点を交えながら指導
その他		
保険数学 【講義・演習】	基礎的な確率論を踏まえて、生命保険数理への応用について講義・演習 ※教科書も作成	<ul style="list-style-type: none"> 理学研究科数学教室と日本アクチュアリー会の協賛で、保険数学や年金数理を題材にした集中講義（連続講義）を開講【対象：アクチュアリーサイエンスに興味のある学部生・大学院生、日本アクチュアリー会会員（他大学、理学部・理学研究科以外の学生の参加も可）】など
年金制度設計論 【講義】	年金制度設計の理念、年金数理の基本的な概念、年金制度を取り巻く会計制度等の概念について講義	
数理ファイナンス 【講義】	金融工学において必要となる確率論的な手法について講義	

グローバル **COE** プログラム

数学教室では GCOE プログラム「数学のトップリーダーの育成-コア研究の深化と新領域の開拓」が 2008 年度から 2012 年度までの 5 年間採択された。

- アクチュアリー会特別講演会の開催
- 「多様な分野での人材育成プログラム」で博士後期課程学生を受け入れ
- 海外の研究者の招聘

アクチュアリー一会特別講演会

2008年11月7日

日笠克巳氏 日本アクチュアリー一会 会長
アクチュアリー教育の国際的な潮流

野呂順一氏 日本アクチュアリー一会 副理事長
民間企業におけるアクチュアリーの活躍

2011年6月17日

野呂順一氏 日本アクチュアリー一会 理事長
これからのアクチュアリーに求められるもの
－ アクチュアリー教育の将来ビジョン －

吉村雅明氏 日本アクチュアリー一会 ERM委員会委員長
ERM (統合的リスク管理) とアクチュアリー
－ アクチュアリー最先端技術の国際動向 －

多様な分野での人材育成プログラム

2014年3月学位取得

我妻 佳祐

保険契約者の財産的持分およびそれに関わる諸問題

アドバイザー：湯浅 味代士氏

海外からの研究者の招聘

2009	Sweeting	ERM (Enterprise Risk Management)
2010	Devineau	確率論的モデリング
2011	廣瀬 賢一	社会保障の数理
2012	Embrechts	定量的リスク管理
2013	Lemaire	マルコフ連鎖の金融・保険分野への応用
2014	Kaishev	生命保険・損害保険における リスクモデルの応用
2015	Haverman	長寿リスクと人口構造の高齢化
2016	Frees	保険分野におけるデータ解析： 損害保険のプライシング
2017	Pitacco	生命年金から長期介護給付へ： アクチュアリー視点
2018	Dhaene	保険負債の公正価値評価について： 市場整合性と保険数理的考察

On the fair valuation of insurance liabilities: merging market-consistency and actuarial considerations
(保険負債の公正価値評価について：市場整合性と保険数理的考察)

平成30年10月29日(月)～11月2日(金)

京都大学理学研究科3号館127大会議室

会場への交通については、理学研究科数学教室 ウェブページをご参照ください。

<https://www.math.kyoto-u.ac.jp/ja/overview/access>

対象者

アクチュアリーサイエンスに興味のある
学部生、大学院生。日本アクチュアリー会の
会員(事前申込不要。他大学、理学部・理学
研究科以外の学生の参加も可。)

言語

英語

Prof. Jan Dhaene

KU Leuven, Belgium

Faculty of Business and Economics

Head of the Research Centre Insurance
(Actuarial Research Group)

ベルギーアクチュアリー会 (IA)BE 会員



スケジュール

10月29日(月)	14:45	～	16:15	Introduction & Modelling the financial-actuarial world
10月30日(火)	10:30	～	12:00	Fair valuation
10月31日(水)	10:30	～	12:00	Hedging
11月1日(木)	10:30	～	12:00	Hedge-Based valuation
11月2日(金)	10:30	～	12:00	Two-Step valuation
	14:00	～	15:30	Discussion Session

講義概要

本セミナーでは、2016年1月に導入された欧州保険資本規制 (Solvency II) で要請されている保険負債の公正価値評価 (fair valuation) について1期間モデルを用いた考察を行う。公正価値を市場整合的 (market-consistent) かつ保険数理的 (actuarial) な評価として定義し、ヘッジを用いた評価 (hedge-based valuation) では、まず保険負債に対する最良ヘッジを設定し、残りの部分を保険数理的手法で評価する。また2段階評価 (two-step valuation) の手法を紹介し、これらがいずれも同一となることを導く。Discussion Session では、学生の様々な質問に対して、講師がアクチュアリーや大学での経験をふまえたアドバイスをを行う。

講師はアクチュアリー教育における幅広い知識と経験を有しており、著書 (共著) に「Modern Actuarial Risk Theory-Using R」「Actuarial Theory for Dependent Risks-Measures, Orders and Models」などがある。また保険数理・保険分野の複数のジャーナルの編集委員を務めている。

問い合わせ: 平606-8502 京都市左京区北白川追分町

主催: 京都大学大学院理学研究科数学教室

京都大学大学院理学研究科 数学事務局

協賛: 公益社団法人日本アクチュアリー会 (IAJ)

E-mail: jimushitsu@math.kyoto-u.ac.jp

Tel: 075-753-3700



Paul Embrecht 教授の講義

Poisson 過程

Poisson 分布

非負整数値をとる確率変数 X が次を満たすとき **Poisson 分布** と呼ぶ。ただし λ は正のパラメーターである。

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

平均も分散も λ である。記号で $Po(\lambda)$ と書くことにする。

これは次の **2項分布** $B(n, p)$ ($n \in \mathbb{N}$, $p \in (0, 1)$) の極限として得られる。

$$P(X = k) = {}_n C_k p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

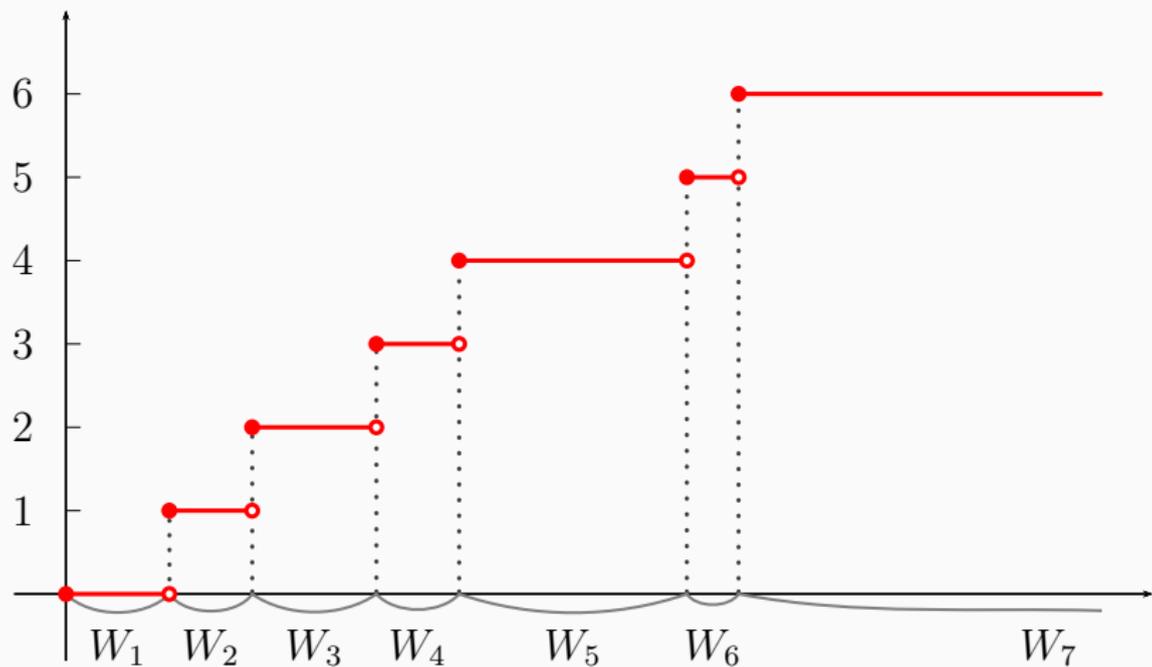
ただし、極限をとるときは、 $np = \lambda$ の条件を満たしながら $n \rightarrow \infty$ とする。

Definition 1

確率過程 $(N_t)_{t \geq 0}$ が次をみたすとき **Poisson 過程** と呼ぶ.

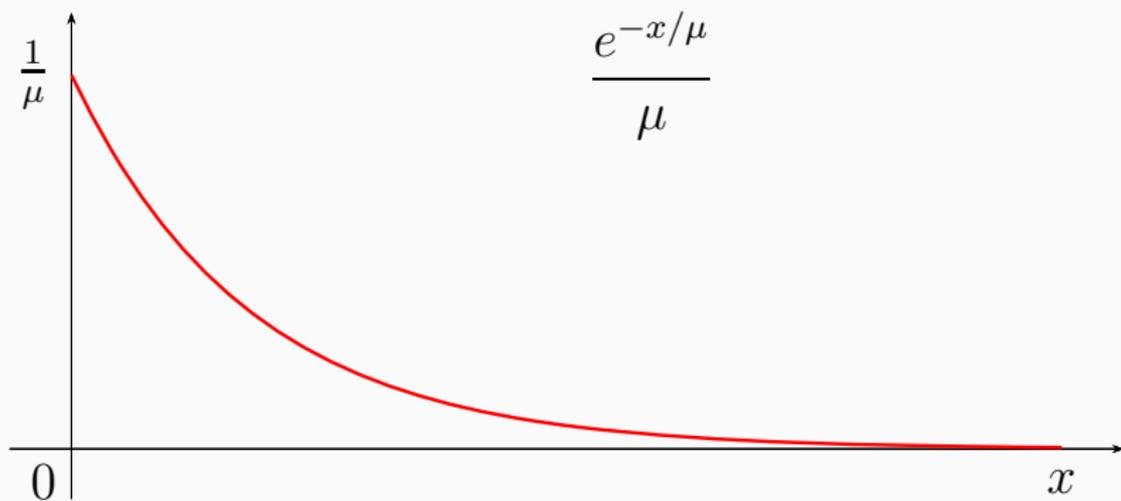
- (1) $\mathbf{0}$ から出発する: $N_0 = \mathbf{0}$ a.s.
- (2) 独立増分性を持つ: $\mathbf{0} = t_0 < t_1 < \dots < t_n$ に対し $N(t_{i-1}, t_i]$, $i = 1, 2, \dots, n$ は独立である.
- (3) $N(s, t]$ はパラメーター $\lambda(t - s)$ の Poisson 分布を持つ.
- (4) (N_t) は右連続左極限を持つ.

ここで $N(s, t] = N_t - N_s$ という記法を使っている.



Poisson 過程

W_i は指数分布 $E(1/\lambda)$ に従う。ここで指数分布は次の密度関数を持つ分布である。

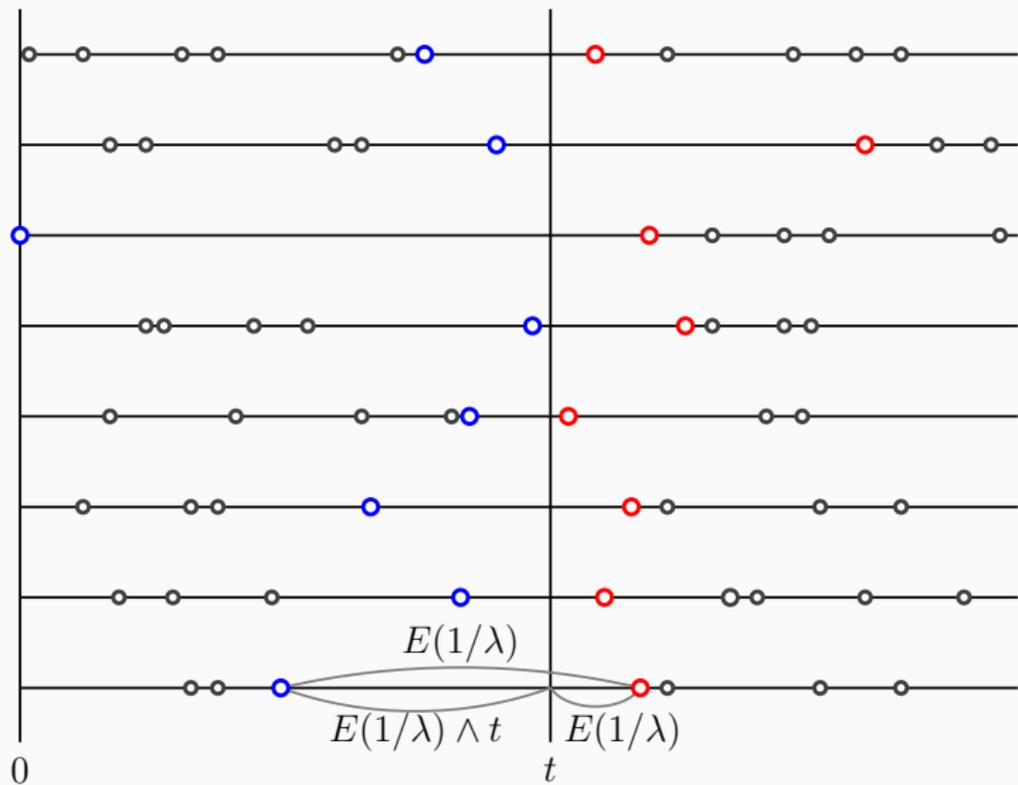


指数分布の密度関数

この分布を $E(\mu)$ と表す。平均 μ , 分散 μ^2 である。



個数で条件付けた場合



事前待ち時間と事後待ち時間

請求総額過程

請求総額

$\{W_k\}$ を正値 (i.e., $W_k > 0$ a.s.) の i.i.d. 確率変数列とし, それから定まる更新過程を (N_t) とする. これは事故が起こった回数を表す.

これに, 保険金請求額 X_1, X_2, X_3, \dots を付加して考える. X_n の部分和を $S_n = X_1 + \dots + X_n$ と表す. 時刻 t までの請求総額は

$$S_{N_t} = \sum_{k=1}^{N_t} X_k, \quad t \geq 0 \quad (3)$$

で与えられる. (S_{N_t}) は請求額であるから, これが時間とともにどういう挙動をするかを知ることは保険の基本的な問題である.

請求総額の極限定理

Theorem 2

$\lambda = \frac{1}{E[W_1]}$ として次が成立する.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E[S_{N_t}]}{t} = \lambda E[X_1], \quad (4)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{V(S_{N_t})}{t} = \lambda[V(X_1) + \lambda^2 E[X_1]^2 V(W_1)]. \quad (5)$$

特に (N_t) が *Poisson* 過程の場合は

$$E[S_{N_t}] = \lambda t E[X_1], \quad (6)$$

$$V(S_{N_t}) = \lambda t E[X_1^2] \quad (7)$$

が成り立つ.

皆さんも是非 **アクチュアリー** に